



## هندسه دهم

۱. مثلث  $ABC$  و خط  $d$  در خارج آن مفروض اند. از  $A, B, C$  عمودهای  $AA', BB', CC'$  را بر  $d$  رسم می‌کنیم. اگر  $A'', B'', C''$  وسطهای  $BB', CC', AA'$  باشند، ثابت کنید مساحت مثلث  $A''B''C''$  نصف مساحت مثلث  $ABC$  است.

۲. محیط یک دوزنقه متساوی الساقین ۲۸ سانتی‌متر و طول قاعده بزرگ آن دو برابر قاعده کوچک و طول ارتفاع آن  $\frac{1}{3}$  طول قاعده بزرگ است. مساحت این دوزنقه چند سانتی‌متر مربع است؟

۳. در مثلث  $ABC$ ، اگر  $AM$  میانه و  $O$  وسط  $AM$  باشد و امتداد  $OB$ ،  $AC$  را در  $D$  قطع کند، ثابت کنید:  $S_{AOD} = \frac{1}{12} S_{ABC}$ .

۴. مثلثی با رأس‌های  $(a, b)$ ،  $(a, 0)$  و  $(0, 0)$  مفروض است که در آن،  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی نسبت به هم اول (یعنی دو عددی که مقسوم‌علیه مشترکی جز

## ریاضی دهم

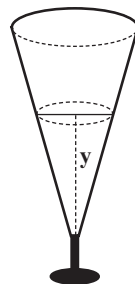
$$g(x) = \begin{cases} x^2 & x > 2 \\ 2x & 0 < x \leq 2 \\ -x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$$

۱. نمودار تابع  $g$  با ضابطه  $g(x)$  را رسم و دامنه و برد آن را مشخص کنید. همچنین

مقدار  $g(g(g(-1)))$  را نیز به دست آورید.

۲. از روی نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^2$ ، نمودار تابع با ضابطه  $g(x) = x^2 - 4x$  را رسم کنید.

۳. ظرف آبی به شکل یک مخروط واژگون داریم که شعاع دهانه آن ۵ سانتی‌متر و عمق آن ۱۵ سانتی‌متر



است. درون این ظرف به آرامی آب می‌ریزیم تا آب آن به تدریج بالا بیاید. ارتفاع سطح آب ( $y$ ) را به صورت تابعی از حجم آن ( $x$ ) بنویسید. وقتی ۵۰ cc آب درون ظرف ریختیم، ارتفاع آب چند سانتی‌متر می‌شود؟

۱ ندارند) هستند. ثابت کنید تعداد نقاط شبکه‌ای درون مثلث برابر است با:  $\frac{1}{4}(a-1)(b-1)$ .

## حسابان (پایه سوم ریاضی)

۱. هر یک از حدهای زیر را پیدا کنید:

الف)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{2x-6}}{x^2 - x - 20}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin 2x - 2 \cos 2x}{1 - 2 \sin x}$

ج)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x + [x]}{\sqrt{1 - \sin 2x}}$

۲. پیوستگی تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x[x]}{x - [-x]}$  را در نقطه  $a=2$  بررسی کنید.

۳.  $a$  و  $b$  را طوری به دست آورید که تابع  $f$  با ضابطه زیر در نقطه  $x_0=1$  پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} a[x] + b & x > 1 \\ x + \sin \frac{\pi x}{2} & x = 1 \\ \frac{a \sin \pi x}{b(1-x)} & x < 1 \end{cases}$$

## جبر و احتمال (پایه سوم ریاضی)

۱. یک جفت تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن را که ماکزیمم دو عدد بیش از ۴ باشد، به دست آورید.

۲. از بین مستطیل‌هایی که ابعاد آن‌ها کوچک‌تر از ۴ واحد است، یکی را به تصادف انتخاب کرده‌ایم، احتمال آن را که محیط آن بزرگ‌تر از ۶ باشد، به دست آورید.

۳. ۷۰ درصد تولیدات کارخانه‌ای سالم است. دو نمونه از تولیدات این کارخانه را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل یکی سالم باشد، چقدر است؟

## هندسه ۲ (پایه سوم ریاضی)

۱. ثابت کنید نگاشت  $f(x,y)=(x+1, 1-y)$  یک ایزومتری است. این نگاشت را توصیف کنید.

۲. بازتاب خط به معادله  $L: 2x+y=1$ ، نسبت به خط  $d$ ، خط  $L': x-2y=3$  است. معادله محور بازتاب را به دست آورید.

۳. معادله دوران یافته خط به معادله  $x+y=2$  حول مبدأ مختصات به اندازه  $27^\circ$  را به دست آورید.

۴. اگر مجانس سهمی به معادله  $y=x^2+b$  با مرکز  $y = \frac{1}{3}x^2 + 6$  تجانس مبدأ مختصات، سهمی  $y = \frac{1}{3}x^2 + 6$  باشد،  $b$  را به دست آورید.

### پرسش‌های بیکارجو!

چند جفت عددهای اول  $p$  و  $q$  یافت می‌شوند، به طوری که  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{pq}$  مساوی وارون یک عدد طبیعی باشد؟

الف) یک

ب) دو

ج) سه

د) چهار

ه) صفر